1. Szuprémum elv

H részhalmaza R

H nem üres

H felülről korlátos

* R minden nem üres felülről korlátos részhalmazának a ~~maximumai~~ felső korlátjai közt van legkisebb

1. Teljes indukció elve

van egy A(n) állításunk minden n természetes számra

A(0) igaz

ha A(n) igaz akkor A(n+1) is igaz lesz

* minden igaz

1. Archimedes tétel

minden a>0 és b valós számra létezik n term szám, amire a\*n>b

1. Cantor-féle közösrész-tétel

[an, bn] részhalmaza Rnek

[an+1, bn+1] részhalmaza [an, bn]nek

a metszetük megy +végtelenbe nem üres halmaz

1. Kongvergens sorozat határértéke egyértelmű\*

legyen A,B eleme R felülvonás

ha lim(an) = A és lim(bn) = B => A=B

1. Konvergencia és korlátosság kapcsolata

minden konvergens sorozat korlátos

fordítva nem igaz, a korlátosság szükséges, de nem elégséges feltétel

1. Műveletek nullsorozatokkal

legyen an, bn nullsorozat és cn korlátos sorozat

(an+bn) is nullsorozat

(an\*bn) is nullsorozat

(an\*cn) is nullsorozat

1. Konvergens sorozatok szorzatára vonatkozó tétel

legyen an és bn konvergens sorozatok

A,B eleme R felülvonás és lim(an) = A és lim(bn) = B

* lim(an\*bn) = AB, amennyiben AB értelmezve van

1. Konvergens sorozatok hányadosára vonatkozó tétel

legyen an és bn konvergens sorozatok

A,B eleme R felülvonás és lim(an) = A és lim(bn) = B

bn nem nulla

* lim(an\*bn) = AB, amennyiben AB értelmezve van

1. A közrefogási elv

legyen an, bn és cn ~~valós~~ korlátos sorozatok

(minden N természetes számra: an <= bn <= cn, minden n>N)

ha létezik N természetes szám, amire minden n>N: an <= bn <= cn

ha an és cn konvergens ÉS határértéke lim(an) = lim(cn) = A

* bn-nek is van határértéke lim(bn) = A

1. A határérték és a rendezés kapcsolata\*

~~rendezés során a határérték nem változik~~

ilyen a közrefogási elv is

legyen lim(an)=A és lim(bn)=B

ha A > B => létezik n’ természetes szám, amire minden n>n’: an>bn

ha létezik n’ természetes szám, amire minden n>n’: an >= bn => A >= B

ezek visszafele nem biztos hogy igazak

1. Monoton növő sorozat határértéke

konvergens => sup{an|n term szám}

nem korlátos => +végtelen

1. Minden sorozatnak van monoton részsorozata

minden an sorozathoz van vn indexsorozat amire (a o v)(n) monoton nő vagy csökken

1. Végtelen sorokra vonatkozó összehasonlító kritériumok

minden N term szám: 0 < an < bn, n>N

majoráns kritérium: ha bn konv => an is konv

minoráns krit: ha an div => bn is div

1. A Cauchy-féle gyökkritérium

n-ed gyök|an|

0<= 1 < A, absz konv

A > 1, div

a=1, lehet konv és div is

nem jó ha A=1

pl. an=1/n, bn=1/n^2, cn=(-1)^n/n <= limük 1, div, absz konv, konv

1. A D’Alembert-féle hányadoskritérium

0<= 1 < A, absz konv

A > 1, div

a=1, lehet konv és div is

nem jó ha A=1

pl. an=1/n, bn=1/n^2, cn=(-1)^n/n <= limük 1, div, absz konv, konv

1. Abszolút konvergens sorok átrendezése

absz konv sorok átrendezése is absz konv, összege is ugyanaz

1. Hatványsorok konvergencia halmaza intervallum

(-1,1)re SUM, ahol n=0 x^n

(-1,1]re SUM, ahol n=0 (-1)^n/n\*x^n

[-1,1)re SUM, ahol n=0 x^n/n

[-1,1]re SUM, ahol n=0 x^n/n^2

1. A Cauchy-Hadamard tétel\*

SUM, ahol n=0 legyen alfan (x-a)^n, ahol x valós szám

a konvergencia halmaz az alábbi egymást kizáró esetek közül az egyik

R>0, absz konv minden x term számra ha |x-a| < R és div ha |x-a| > R

csak a=x pontban konv => R=0

mindenhol konv => R = +végtelen

* a konvergenciasugár tehát: 0 <= R <= +végtelen

1. Sorok téglány szorzata

legyen SUM, ahol n=0 an, bn konv végtelen sorok téglányszorzata SUM, ahol n=0 tn

tn = SUM ahol n=max{i,j} aibj (n=0,1,2,3…)

1. Függvények határértékének egyértelműsége\*

legyen f megy valósból valósba

A,B eleme R

lim(f(x)) = A és lim(f(x)) = B => A=B

1. A határértékre vonatkozó átviteli elv

legyen f megy valósból valósba, a eleme Df és ~~lim(xn) = a~~ A eleme R felülvonás

* lim f a = A, minden xn megy ~~Df\{a} ból valósba~~ természetesből Df\{a}ba => ~~lim(f(xn)) = A~~ lim(xn) = a
* lim n megy +végtelenbe (f(xn)) = A

1. Monoton függvények határértéke

monoton növő (alfa, beta)n:

lim f a+0 = inf{f(x)|x eleme (alfa, beta), x>a}

lim f a-0 = sup{f(x)|x eleme (alfa, beta), x<a}

monoton csökkenő (alfa, beta)n:

lim f a+0 = sup{f(x)|x eleme (alfa, beta), x>a}

lim f a-0 = inf{f(x)|x eleme (alfa, beta), x<a}

1. Az összetett függvény folytonossága

f, g megy valósból valósba

~~o.o~~

g eleme C{a} és f eleme C{g(a)} => fog eleme C{a}

* az összetett fg megtartja a belső és külső fg folytonosságát

1. Korlátos és zárt intervallumon értelmezett folytonos függvény korlátos

ha f [a, b]n folytonos akkor ott korlátos is

1. Weierstrass tétele

-végtelen < a < b < +végtelen

ha f megy [a,b]ből valósba és folytonos [a,b]n, akkor van abszolút minimum és absz maximumhelye

alfa, beta eleme [a, b]: f(beta) <= f(x) <= f(alfa)

1. A Bolzano-tétel

legyen f megy [a,b]ből valósba folytonos fg

(ha a két szélsőértéken más előjelű a határérték vagyis f(a)\*f(b) < 0)

ha f a két végpontban különböző értéket vesz fel <= f(a)\*f(b) < 0

* létezik epszilon eleme (a,b): f(epszilon) = 0

**Scored: 17 + 8 + 2 => 21/27**